



TITLE:

海洋大循環論の問題点 (回転流の数 理)

AUTHOR(S):

竹松, 正樹

CITATION:

竹松, 正樹. 海洋大循環論の問題点 (回転流の数理). 数理解析研究所講究
録 1999, 1075: 60-72

ISSUE DATE:

1999-01

URL:

<http://hdl.handle.net/2433/62624>

RIGHT:

海洋大循環論の問題点

九州大学応用力学研究所 竹松正樹 (Masaki Takematsu)

1. はじめに

回転球面上に、陸岸に境されて広がる浅い水盤（大洋）には、風の摩擦力と太陽の不均一加熱とによって駆動される、海洋大循環と呼ばれる巨大な循環流が存在する。それは、様々な時間・空間スケールの活発な変動を伴い、一般に、大洋西岸に沿って、集中した強勢な流れとなる傾向がある。循環流のこの特に強勢な部分は海流の名で呼ばれている。北太平洋循環の黒潮、北大西洋の Gulf Stream がその典型例である。

海流大循環は、この地球上最大の水循環流の平均場を、力学に基づいて理解・予測するための理論的枠組みである。ここでは、変動成分の効果は、通常、単純な定値渦動粘性で表現される。この事自体、循環論の重大な問題点の一つに違いないが、本講では割愛する。ここでは、理論的考察の産物である二つの“法則”、即ち、Sverdrup 関係式及び西岸強化の

法則に焦点を絞り、その問題点を論ずることにする。循環論の歴史的出発点であるこの二つの法則は、現代循環論の全体重を支える土台としての役割を果たしているが、その妥当性については“神のみぞ知る”というのが現状である。

2. Sverdrup 関係式

角速度 Ω で回転している球面上に広がる浅い水盤（大洋）の中の循環流に対する運動量方程式は、回転座標系に関して

$$\frac{D\mathbf{v}}{Dt} + 2\boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{v} = -\frac{\nabla p}{\rho} + \mathbf{g} + \nu \nabla^2 \mathbf{v} \quad (1)$$

と書かれる。ここで、 \mathbf{v} は回転系に相対的な流速、 p は圧力、 \mathbf{g} は重力加速度で、 ν は渦動粘性係数、 ρ は海水密度で、水温 T 及び塩分 S の関数として、状態方程式 $\rho = \rho(T, S)$ で与えられる。これに、非圧縮流体に対する連続の式 $\nabla \cdot \mathbf{v} = 0$ と T 及び S に対する移流拡散方程式を加えたものが、循環流を記述するための完全な方程式系をなす。

さて、水盤の寸法を L 、その中の代表的水平流速を U とすると、(1)式左辺の相対加速度項とCoriolis項の比は、Rossby数

$$R_o = \frac{U}{f L} \quad , \quad (2)$$

となる。ここに、 f はCoriolis パラメータと呼ばれ、系の回転角速度の2倍（惑星渦度）の鉛直成分を表す。即ち、 θ を緯度として、 $f = 2\Omega \sin \theta$ と書かれ、中緯度帯では 10^{-4} 1/s 程度である。主として大洋の西岸に発達する境界流域（黒潮、Gulf Stream）及び大洋上下境界面に生ずる水平Ekman 境界層を除いた、いわゆる内部領域においては、 $u = 1 \text{ cm/s}$, $L = 1,000 \text{ km}$ 程度であり、Rossby 数は 10^{-4} と、極めて小さい。同様に、(1)式右辺の粘性項とCoriolis項の比は、Ekman 数と呼ばれ、

$$E = \frac{\nu}{f L^2} \quad (3)$$

と書かれる。海洋大循環流に対しては渦動粘性 ν は $10^8 \text{ cm}^2/\text{s}$ 程度と見積もられているが、この場合、 $E = 10^{-4}$ と、やはり1に比べて充分小さい。

この様に、大洋の大部分を占める内部領域においては、 $Ro \ll 1$, $E \ll 1$ であり、運動方程式(1)の主要なバランスは、鉛直方向（Z）には静水圧関係 $\partial p / \partial z = -\rho g$ 、水平面内では地衡流バランス

$$\rho f \mathbf{k} \times \mathbf{v} = -\nabla p \quad (4)$$

となる。ここに、 \mathbf{k} は鉛直方向の単位ベクトルで、 \mathbf{v} 及び ∇ は水平面内の2次元流速及びオペレータとする。なお ρ 、 f が

一定の場合、(4)式は $\rho/\rho f$ が流線関数であることを示すのみである。(4)式のcurlをとって圧力を消去し、連続の式を用いると、次の重要な関係式、Sverdrup relation が得られる：

$$\beta v = f \frac{\partial w}{\partial z} \quad (5)$$

ここで、 v は南北流速、 w は鉛直流速を表す。 β はcoriolis パラメータの緯度変化率で、 R を地球半径とすると

$$\beta = \frac{\partial f}{R \partial \theta} = 2\Omega \cos \theta / R$$

(5)式の意味は明白である。水柱の伸縮による鉛直渦度の増減（右辺）と南北移動による惑星渦度の増減がバランスするというものである。実際、(5)式は渦度方程式の鉛直成分の主要バランスにはほかならない。なお、そのためには、 β Rossby 数、 $\varepsilon = U / \beta L^2$ が充分小さいことが要求されるが、循環流に対しては ε は 5×10^{-4} 程度で、この条件は満たされている。内部領域において(5)式を鉛直方向に積分すると

$$\beta \int_{\text{bottom}}^{\text{surface}} v \, dz = f(w_e - w_e') \quad (6)$$

が得られる。 w_e は表層Ekman 層の下端、即ち内部領域の上端における鉛直流速である。 w_e' は低層Ekman 層の上端での値であるが、実際の海洋では、低層には平均流はほとんど無いものと考えられており $w_e' = 0$ とされる。

海面に風応力 τ が作用すると、表層にはcoriolis 項と粘性項がバランスするEkman 層が生じ、この境界層を通しての水平輸送量 (Ekman 輸送) は $-k \times \tau / \rho f$ となる。そして、この水平輸送の収束・発散によって、Ekman 層底部に鉛直流速を生ずる。即ち

$$w_e = k \cdot \nabla \times (\tau / \rho f) \quad (7)$$

風応力はこの鉛直流速を生むことによって、内部領域を駆動することになる (例えばPedlosky¹⁾参照)。(7)を(6)の右辺に用い、これにEkman 輸送の南北成分を加えると、結局、海底から海面までの正味の南北輸送量 V は次の式で与えられることになる：

$$\beta \rho V = k \cdot \nabla \times \tau \quad (8)$$

これが、循環論の土台ともいえるべきSverdrupバランスである。

正味の水平輸送量の東西成分を U とすると、連続の式から $\nabla \cdot (U, V) = 0$ であり、 $(U, V) = k \times \nabla \psi$ なる流量関数 ψ が定義される。経度 Φ 、緯度 θ を用いると、(8)式は流量関数に関して次のように書かれる：

$$\frac{\beta \rho}{R \cos \theta} \frac{\partial \psi}{\partial \Phi} = k \cdot \nabla \times \tau \quad (9)$$

海洋循環の正味の水平流量分布 ψ は、この式の右辺 (通常

Curl τ という) を緯度線に沿って東西方向(Φ)に積分することによって決定される。ただし、(9)式は一階の方程式であるから、東西両岸において垂直速度ゼロの条件を満足させることができない。そのため、東岸か西岸のいずれかを、Sverdrup バランスの成立する内部領域から除外しなければならない。通常、黒潮やGulf Stream のような強流は主として大洋西岸に沿って発達するという観測事実に基づいて、大洋西岸が内部領域から除外される。この事は、次節に述べるように均一流体の場合には理論的に正しいが、成層した現実の海洋の場合には、経験的な仮定に過ぎない。結局、大洋東岸に沿って垂直接流速ゼロ、即ち $\Psi = 0$ 、とすると、西岸域を除く大洋 全域における水平輸送分布 Ψ が決定されることになる。

こうして決定される Sverdrup 輸送流線の例を図1(b)に示す。この場合の風系は、図(a)で、北半分は偏西風、南半分は偏東風を作用させている。

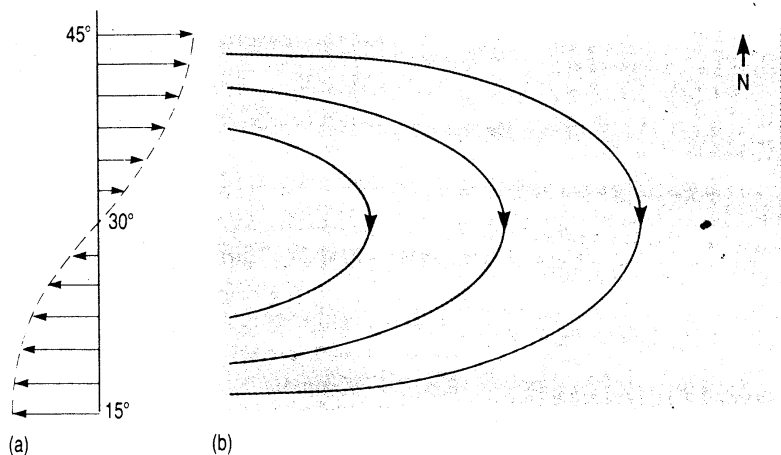


図 1. Sverdrup 輸送流の例

以上が、 E 、 R 及び ε が充分小さいとして導かれた Sverdrup 関係式からの帰結である。それは、海洋循環の正味の水平輸送量が、密度成層にも、熱的駆動源にも関係なく、風応力分布、 $\text{Curl } \tau$ のみによって決定されることを示している。熱的に駆動された流れは正味の水平流量を持ち得ないというものである。循環論では、あと、 $\text{Curl } \tau$ によって決定される正味の水平流量の鉛直分布を、密度成層と熱的駆動源を考慮して決定すれば良いことになる。そのために、華麗な理論体系が考慮されているが (Pedlosky²⁾)、そこでの基本的拘束条件は Sverdrup バランス(8)にほかならない。この意味で、Sverdrup 関係式は循環論の全体重を支えているのである。

3. 西岸境界流の理論

前節に述べたように、Sverdrup 理論では、西岸域は別のバランスが成立する特異領域として除外される。それでは何故に西岸なのか。この東岸か西岸かの選択に理論的根拠を与え、Sverdrup 輸送流線を西岸で閉じさせようというのが西岸境界流の理論である。それは、黒潮や Gulf Stream といった境界強流が何故そこにあったのかを説明することにもなる。ただし、西岸境界流の理論では、もっぱら、均一流体モデルが使われる。Sverdrup バランスより複雑なバランスを持つ西岸

強流域を解析的に扱い得るのは均一流体の場合に限られるからである。均一流体の場合、流速場は鉛直方向に一様である（静水圧関係と(4)からの帰結）から、いたる所で水平流速と正味の水平流量は同一視できる。そして、それは、内部領域においてはSverdrup 関係式で記述される。従って、成層のある一般の場合にも、深さ方向の積分量である正味の水平流量に関する限り、内部領域のみならず西岸域においても、その本質的特徴は二次元的 均一流体の方程式で記述されるであろうと考えるのである。しかし、それは期待以上の何ものであるかないことに注意すべきである。

ほぼ地衡流バランスした均一流体の定常渦方程式は、流線関数 $\psi (= \tau / \rho f)$ を用いて次の様に書かれる：

$$\underbrace{J(\psi, \nabla^2 \psi)}_{\textcircled{1}} + \underbrace{\beta \frac{\partial \psi}{\partial x}}_{\textcircled{2}} = \underbrace{\frac{f}{H} w_e}_{\textcircled{3}} - \underbrace{\gamma \nabla^2 \psi}_{\textcircled{4}} + \underbrace{\nu \nabla^4 \psi}_{\textcircled{4}} \quad (10)$$

ここに、 x は東向き座標、 H は水深で③項は底のEkman 層における渦度の消散を表す。 $H \frac{\partial \psi}{\partial x}$ は南北方向の正味の流量であるから、②はSverdrup バランスにほかならない。 w_e は(7)で与えられる。この様に風応力によって絶えず渦度が注入されているにもかかわらず、定常状態を保つには、どこかで渦度が消散しなければならない。②のバランスが成立するとする内部領域には消散は含まれていないから、西岸域において

は、まずもって消散項を考慮する必要がある。③項を使ったのがStommel³⁾の歴史的論文である。長方形の大洋に対して、②と③の解析解を求め、初めて閉じた流線を示したのである。それは、西岸に沿う北上境界流によって、図1に示した内部領域の流線を閉じるというものである。④項を用いても、同様に、内部領域の緩慢なSverdrup 流と強勢な西岸境界流とからなる閉じた循環パターンが得られる。なお、①の非線形項を含める場合は数値解法に頼らねばならない。

いずれにしても、正味の水平輸送パターン（正確には、均一海洋の風成循環パターン）は、現実の海洋循環に以て、大洋西岸に沿って、特に強勢な境界流を持つ。この著しい東西方向（x方向）の非対称性の原因は、(10)式左辺の β (Coriolis 係数の緯度変化) 項であることは明らかである。即ち、均一海洋においては、西岸境界強流は β 効果によってのみ作られることがわかる。そして、この均一海洋の特性は一般に成層海洋の場合にも真であると期待する。こうして、黒潮やGulf Stream は β 効果によって生ずる西岸境界流であるという説明が生まれるのである。しかし、成層海洋に対しては、境界流が西岸にのみ作られるのか否か（現実には、Peru 海流のような東岸に沿う境界流もある）、そして、境界流は β 効果のみによって作られるのか否かについては何の理論的根拠もな

い。

4. 理論の検証

海底から表層まで、海洋の全層を通して水平方向に運ばれる全海水量は、海洋循環の骨格ともいえるべき最も重要な基本的物理量である。それが、海面を通しての浮力フラックスや密度成層に無関係に、風応力の局所的Curl 値だけで決まってしまうというのが、Sverdrup の理論である。それは、やがて解消されるべきパラドクスなのか、それとも真実なのか、検証を要するところである。

ダランベールのパラドクスを想起させるこのSverdrup の理論を、観測によって検証しようとする試みが多くなされている。図 1 において、ある緯度線を横切って南に輸送される総流量は風応力分布を使ってSverdrup 式から容易に計算される。それが、西岸境界流として北に送られる総流量の実測値と等しいか否かを比較するのである。しかし、西岸境界流の総流量を精度よく測定することが困難であるため、観測による検証は決着を見ていない。即ち、Sverdrup 理論は否定も肯定もされていないのが現状である。

Sverdrup 理論も含め、海洋循環論に対する実験的検証の試みについては以前に詳述した（竹松⁴⁾）。室内実験は一定 の回

転角速度で回転するターンテーブル上の平面水槽を用いて行われるが、そこでの最大問題は、 β 効果（回転角速度の空間的变化）をいかにして実現するのかわである。均一流体の場合には、運動は 2 次元的となるから、 β 効果と水柱の寸法（水深）の変化とは等価となる。即ち、 β 効果を傾斜底面を用いることによって表現される。流れの駆動には、湧き出しにより直接 w_e を発生させる方法や表面を板で擦る方法が用いられてきたが、実際に気流を使うこともできる（Takematsu⁵⁾）。こうして、均一流体の場合には、Sverdrup 理論も西岸境界流の理論も真であることが検証された。しかし、成層がある場合には、 β 効果と水深変化の等価性が成立しないから、 β 効果に関する厳密な実験は望めない。ただ、成層が充分弱い場合には、 β 効果を、少なくとも定性的には、水深変化で表現できるであろうと期待するのみである。ところで、Sverdrup 理論は成層流体の基本的性質として、“温度差で駆動される流れの水平流速の鉛直積分はゼロである”としている。しかし、室内実験で生成される自由表面を持つ対流は、底面傾斜の有無に関係なく、すべて正味の水平流量を持つのである。なお、傾斜底面を持つ水槽内に作られる対流は、温度差の与え方により、西岸境界流のみならず、東岸境界流も等しく実現される。さらに、 β 効果がなくとも（水深一

定)、西岸境界流が容易に作られることも示されている (Takematsu⁵⁾)。

5. むすび

Sverdrup 理論と西岸強化の理論は海洋循環の土台である。均一海洋に限り、それらが真であることは疑う余地がない。しかし、温度差による流れが介在し、密度成層が存在する場合には、否定も肯定もされていない。 β 効果の実現に難点はあるものの、室内実験はむしろ否定的な性質を示している。水平流速の鉛直積分がゼロか否かといった性質は、流れの中に置かれた物体の抵抗がゼロか否かと同様に、全てのパラメータ領域に共通する流体の基本的性質にかかわるものではないだろうか。その意味で、正味の水平流量に対する密度成層の関与を否定する Sverdrup の理論は、ダランベールのパラドクスを想起させる。実際、それがパラドクスである可能性は残されているのである。にもかかわらず、海洋循環論の主流は、その脆弱な土台の上に一層華麗な理論を積み上げることに向けられている。その土台にいささかの疑念を持ちながら、Sverdrup 理論と西岸強化の理論の真偽の問題に決着をつけることは極めて困難な仕事であり、不毛なもがきに終わるかもしれない。勇気と才能ある研究者によって、いつの日

か、この問題に決着がつけられることを期待したい。

参考文献

- 1) Pedlosky, J. ; Geophysical fluid dynamics, 1987, Springer.
- 2) Pedlosky, J. ; Ocean circulation theory, 1996, Springer.
- 3) Stommel, H. ; Trans.Am.Geophys. Union 99, 1948, 202-206.
- 4) 竹松正樹 ; 「ながれ」 13巻, 5号, 1994, 343-355.
- 5) Takematsu, M. ; Dyn.Atomos. Ocean, 13, 1989, 149-164.